Simulation Justizinitiative

Statistischer Beratungsdienst der ETH Zürich

April 5, 2019

Folgender Bericht wurde vom Statistischen Beratungsdienst der ETH Zürich für Herrn Markus Schärli erstellt.

Beschreibung der Simulation

Start einer Simulation ("Jahr 0")

40 Bundesrichter wurden auf k ($k \in \{2, 5, 10, 20\}$) verschiedene Farben homogen aufgeteilt, d.h. zu Beginn der Simulation gab es von jeder Farbe die gleiche Anzahl Bundesrichter. Zudem wurden die Bundesrichter in drei Sprachregionen aufgeteilt (DE: 25, FR: 12, IT: 3). Die Farbaufteilung nach Sprachregion wurde zu Beginn der Simulation so vorgenommen, dass die Farben möglichst gleichmässig auf die Sprachregionen verteilt sind. Schliesslich wurden die Bundesrichter pro Sprachregion in eine zufällige Reihenfolge gebracht, die eine Sortierung nach fiktivem Alter simulieren soll.

Ablauf einer Simulation ("Jahr 1 bis Jahr 30")

Es wurde anschliessend über 30 Jahre simuliert, wie Bundesrichter ihr Amt niederlegen und durch neue Kollegen ersetzt werden. Dabei bleibt sowohl die Gesamtzahl Bundesrichter (40) als auch die Aufteilung der Bundesrichter auf die Sprachregionen konstant. Wenn z.B. ein Bundesrichter aus der Deutschschweiz austritt, muss auch ein Bundesrichter aus der Deutschschweiz eintreten.

In jedem Jahr (Jahr 1 bis Jahr 30) wurde anhand historischer Daten (1987 bis 2016) bestimmt, wie viele Bundesrichter in jeder Sprachregion abtreten. Z.B. sind im Jahr 1992 zwei deutschsprachige und drei französischsprachige Bundesrichter ausgetreten. In der Simulation nehmen wir an, dass immer die ältesten Bundesrichter in der jeweiligen Sprachregion zurücktreten.

Für das Bundesrichteramt bewerben sich jedes Jahr 60 Personen. Jedem Bewerber wird zufällig eine der möglichen Farben zugeordnet. Dabei wird darauf geachtet, dass bei den 60 Bewerbern jede Farbe gleich häufig vorkommt. Für jeden Bewerber bestimmen wir die Sprachregion zufällig (insbesondere unabhängig von der Farbe), wobei wir als Wahrscheinlichkeiten die entsprechenden Sprachanteile (nur DE, FR, IT) in der Schweizer Bevölkerung verwenden (DE: 66.8%, FR: 24.4%, IT: 8.8%; Quelle: BFS). Zudem markieren wir jeden Bewerber unabhängig von den übrigen Bewerbern und unabhängig von Sprachregion oder Farbe mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/3 als "geeigneten" Bewerber. In jedem Jahr wird darauf geachtet, dass mindestens so viele Bewerber einer Sprachregion geeignet sind, wie es Bundesrichter in dieser Sprachregion zu ersetzen gibt.

Anschliessend wird pro Sprachregion die benötigte Anzahl Bundesrichter zufällig aus der Gruppe der qualifizierten Bewerber ausgewählt. Die neu eintretenden Bundesrichter werden in ihrer Sprachregion als jüngste Mitglieder markiert und daher erst wieder ersetzt, wenn die übrigen Bundesrichter der Sprachregion ersetzt wurden. Nach der Ersetzung der Bundesrichter wurde in jedem Jahr gespeichert, wie viele Bundesrichter von jeder Farbe vertreten waren.

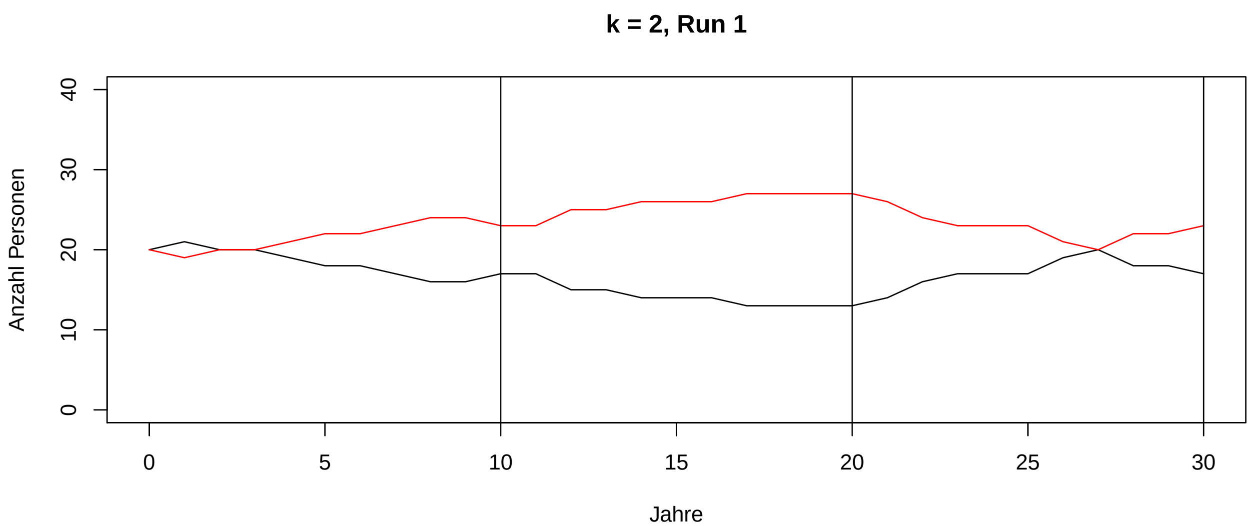
Obige Abfolge von Jahr 0 bis Jahr 30 wurde eine Million Mal simuliert und die entsprechenden Farbverteilungen wurden gespeichert.

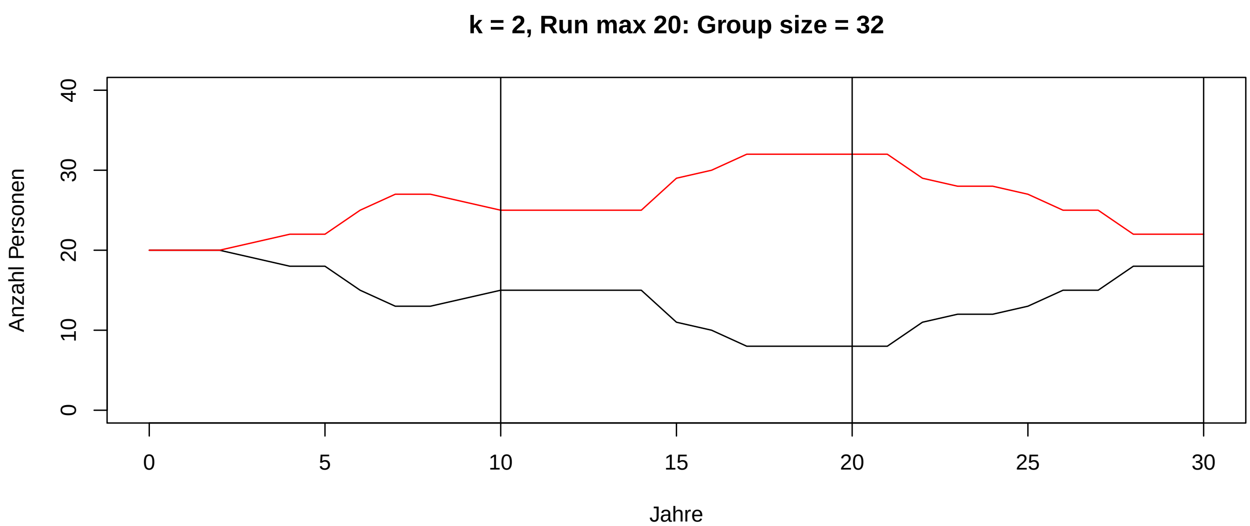
Ergebnisse der Simulation

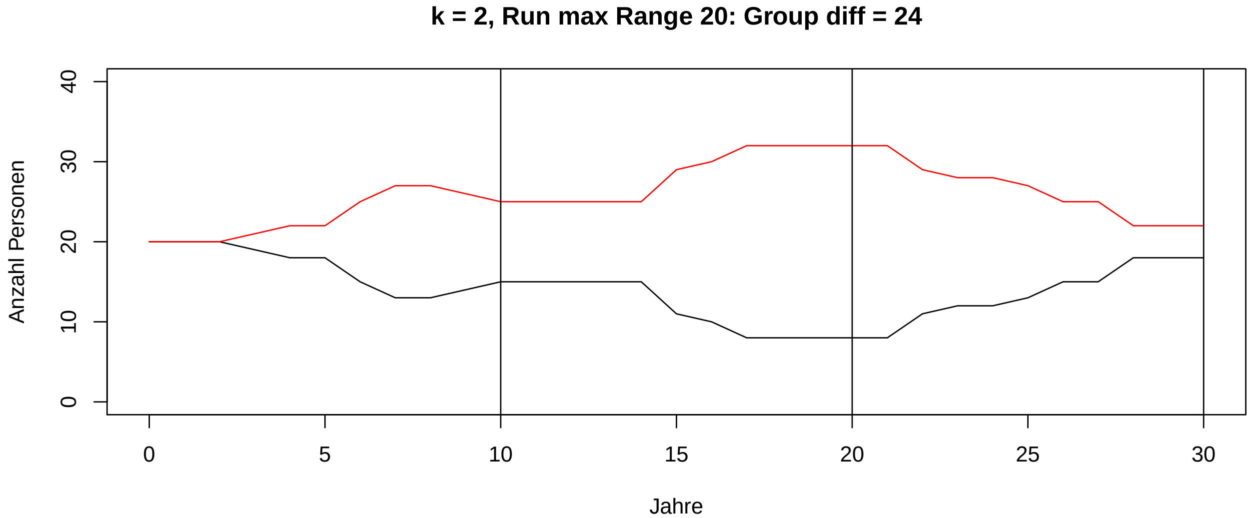
Verlaufskurven

Im Folgenden sind Verlaufskurven der Gruppengrössen bzgl. Farbe für 2, 5, 10 und 20 Farben zu sehen. Es wird jeweils zuerst der Verlauf der ersten Simulation (stellvertretend für eine "typische" Simulation), dann der Verlauf derjenigen Simulation (aus einer Million Simulationen), die im Jahr 20 die grösste maximale Farbgruppe hatte und schliesslich der Verlauf derjenigen Simulation, die im Jahr 20 den grössten Unterschied zwischen maximaler und minimaler Gruppengrösse hatte, gezeigt. Es ist zu erkennen, dass solche extremen Gruppengrössen in den Folgejahren tendenziell wieder zurückgehen. Ebenso ist zu erkennen, dass Farben, die ganz aus der Gruppe der Bundesrichter verschwinden, nach ein paar Jahren wieder vertreten sind.

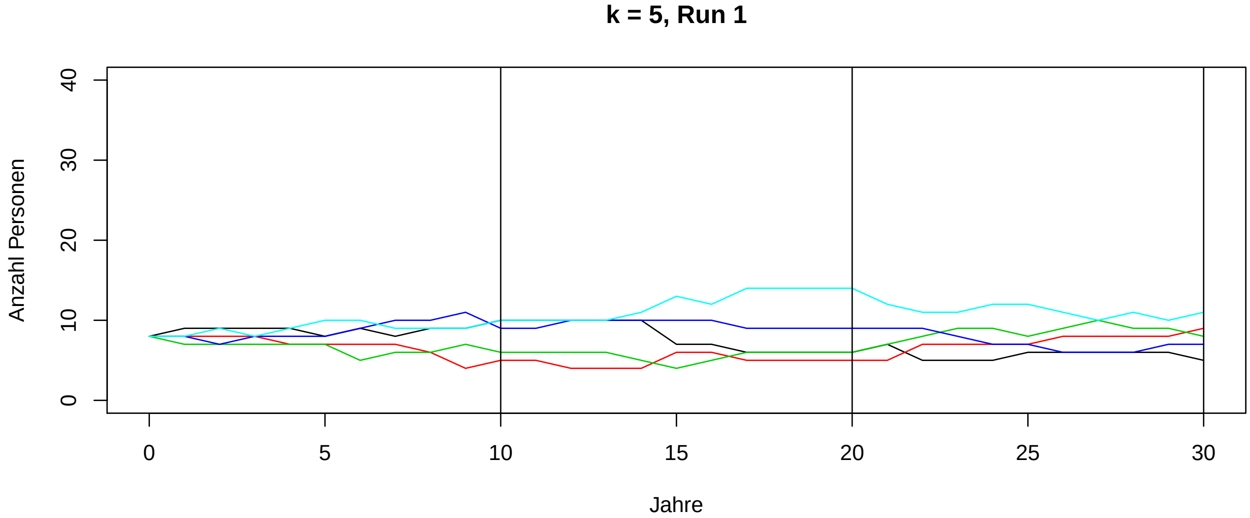
Resultate 2 Farben:

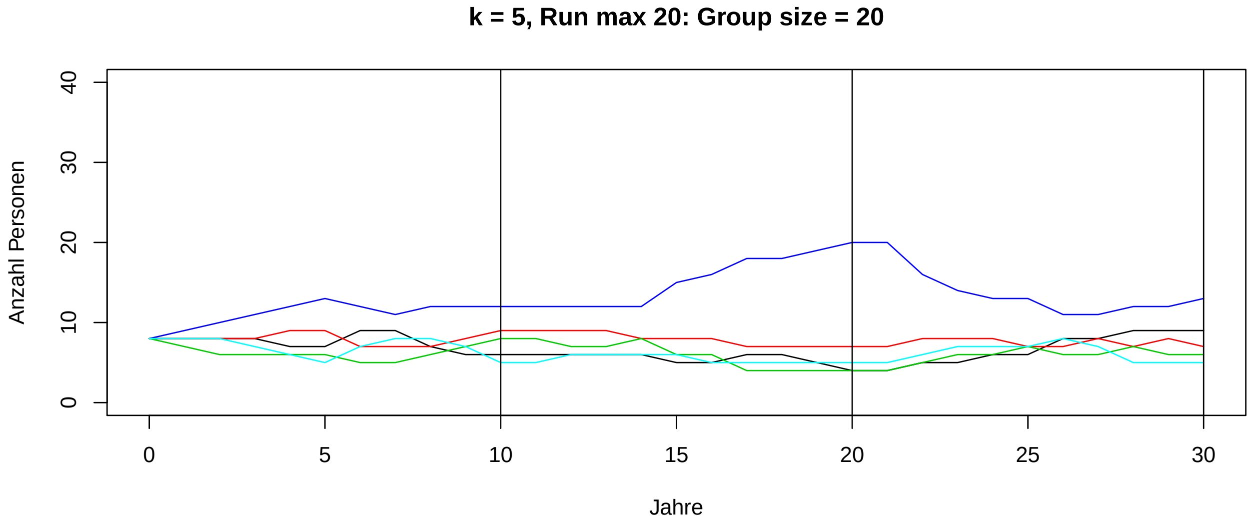


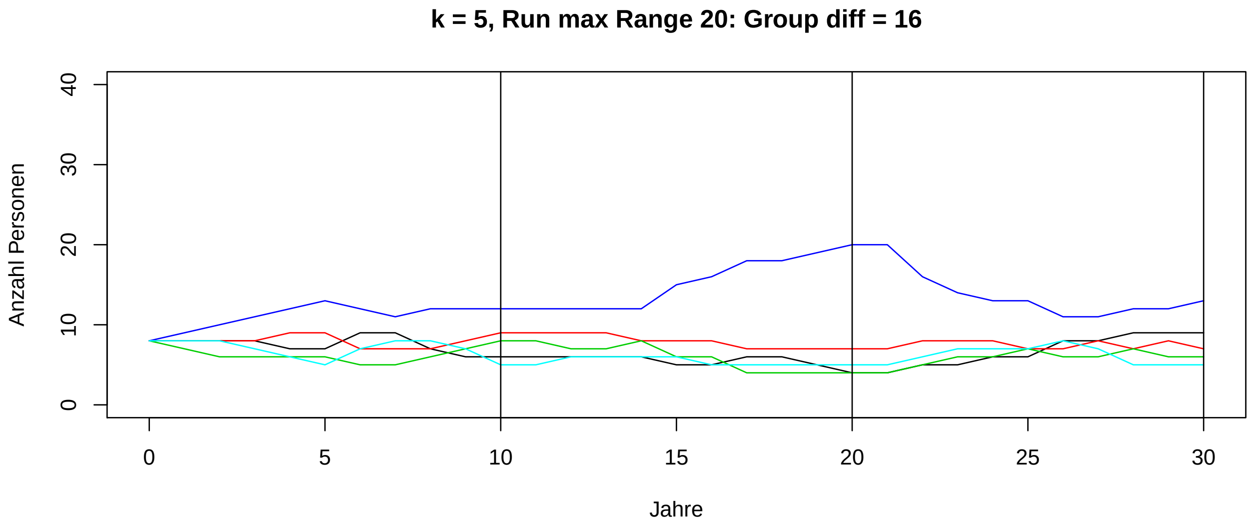



k = 2, Run max Range 20: Group diff = 24
Anzahl Personen
0
10
20
30
40
0
5
10
15
20
25
30
Jahre

Resultate 5 Farben:

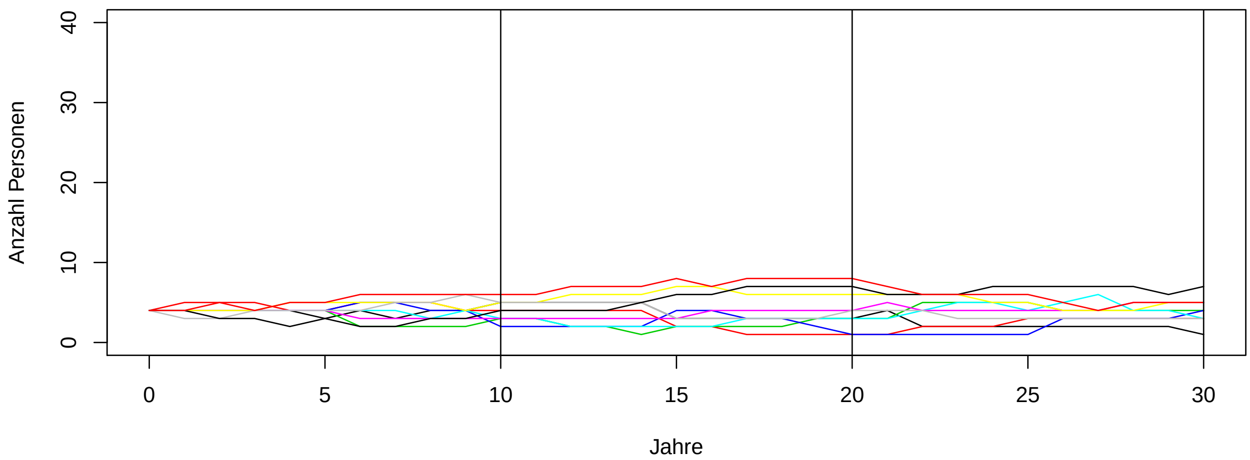




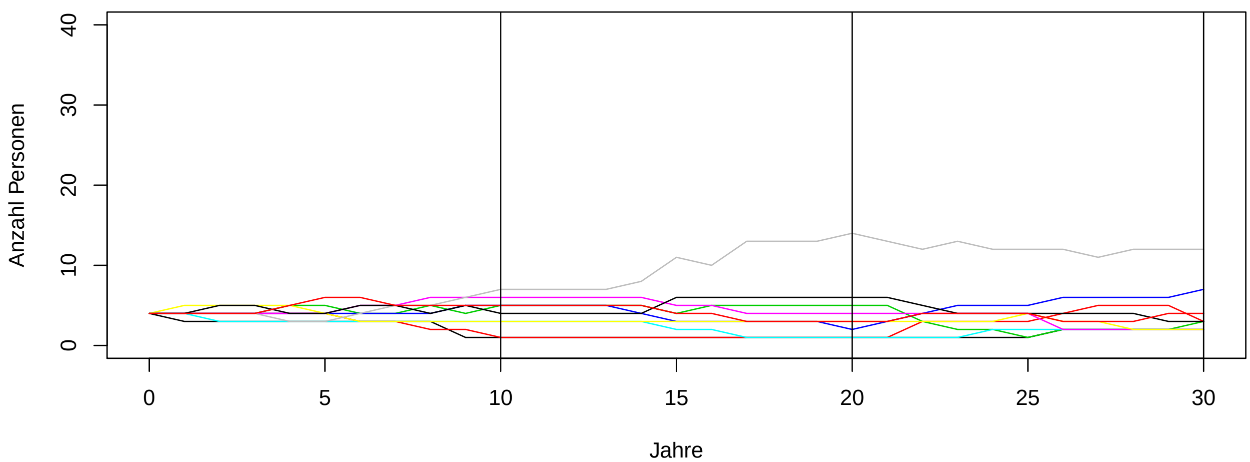


Resultate 10 Farben:

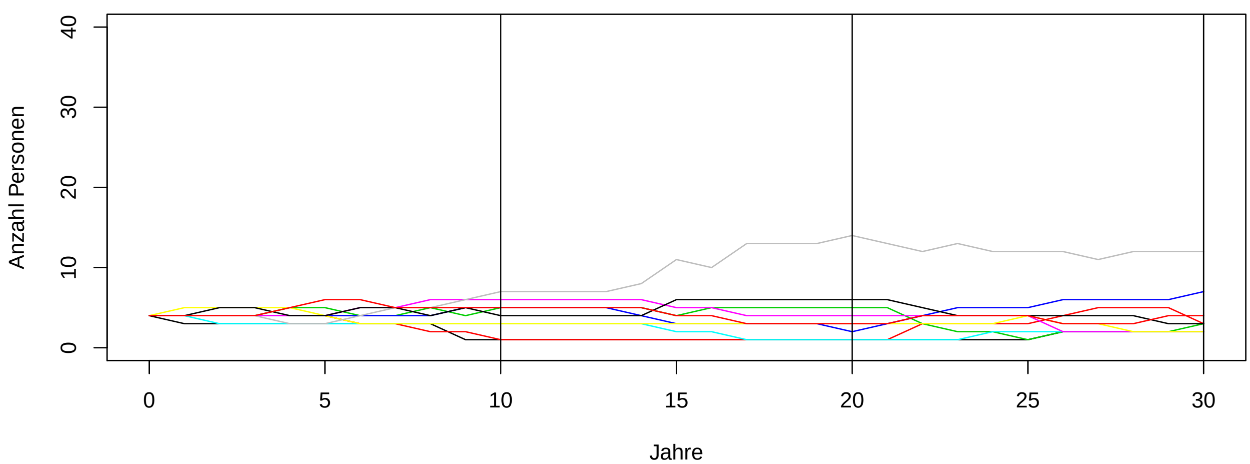
k = 10, Run 1



k = 10, Run max 20: Group size = 14

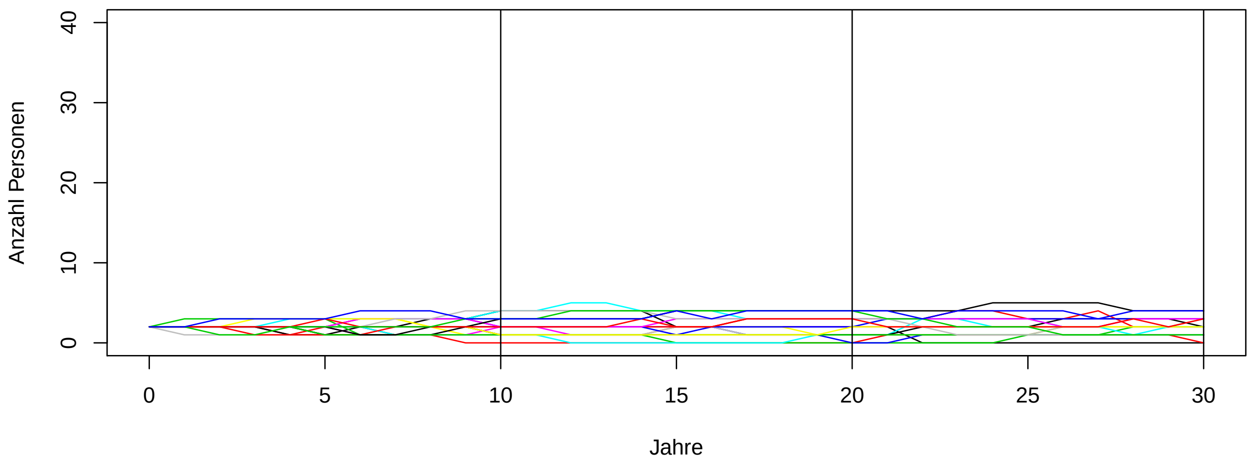


k = 10, Run max Range 20: Group diff = 13

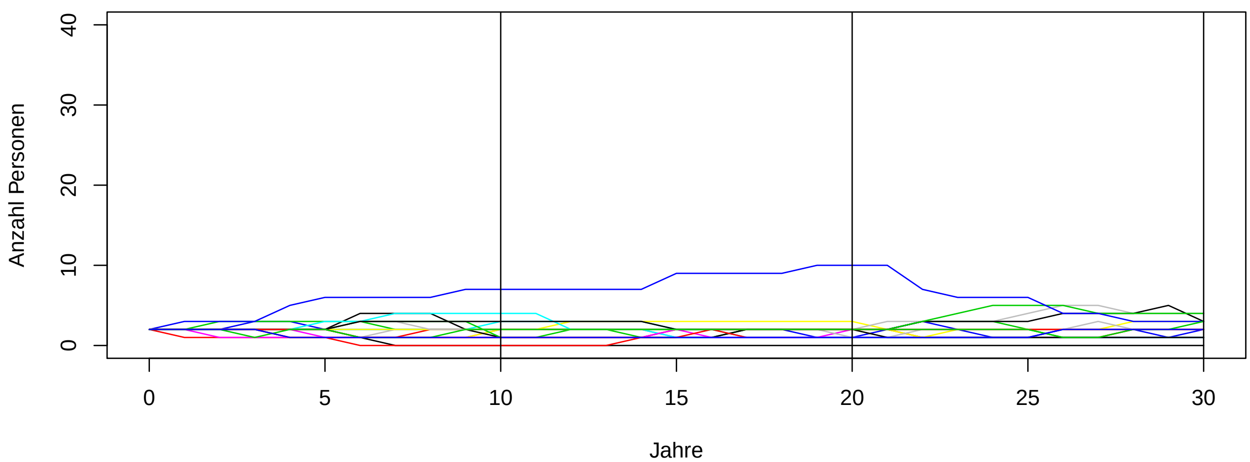


Resultate 20 Farben:

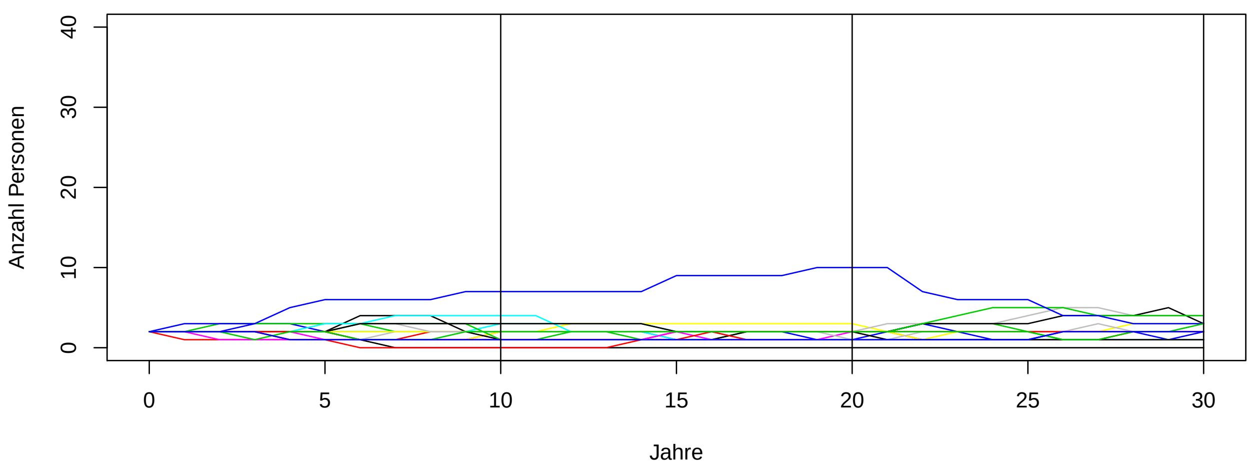
k = 20, Run 1



k = 20, Run max 20: Group size = 10



k = 20, Run max Range 20: Group diff = 10



Weitere Fragen

Bei den Ergebnissen steht immer zuerst die geschätzte Wahrscheinlichkeit und dann in Klammern die Genauigkeit dieser Schätzung (95%-Vertrauensintervall). Diese Werte sind in wissenschaftlicher Schreibweise (zwischen 0, also 0%, und 1 also 100%) angegeben. Zahlen sind auf 6 Nachkommastellen gerundet. Z.B. "1e-6" steht für "10 hoch minus 6", also 0.000001.

Die geschätzten Wahrscheinlichkeiten sind immer mit einer Ungenauigkeit behaftet. Um die Ungenauigkeit zu beschreiben, wird ein 95%-Vertrauensintervall für die wahre gesuchte Wahrscheinlichkeit angegeben: Mit 95% Wahrscheinlichkeit enthält dieses Intervall den wahren gesuchten Wert der Wahrscheinlichkeit (also den Wert, den man erhalten würde, wenn man die Simulation unendlich lange und nicht nur 1 Million mal laufen liesse). Achtung: Wenn ein Ergebnis in der Simulation nicht beobachtet wurde, heisst das NICHT, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit exakt 0% ist. In diesem Fall richten wir uns nach der Obergrenze des 95%-Vertrauensintervalls: Mit 95% Wahrscheinlichkeit liegt die gesuchte Wahrscheinlichkeit unter dieser Obergrenze.

Anschliessend folgt eine allgemein verständliche Formulierungshilfe basierend auf der vorher geschätzten Wahrscheinlichkeit.

2 Farben

1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre eine Farbe während mehr als 5 zusammenhängenden Jahren nur noch 15 Plätze oder weniger belegt?

```
## 0.071121 ( 0.070618 , 0.071627 )
```

Etwa 7%.

2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre eine Farbe während mehr als 5 zusammenhängenden Jahren nur noch 10 Plätze oder weniger belegt?

```
## 1.2e-05 ( 6e-06 , 2.1e-05 )
```

Die geschätzte Wahrscheinlichkeit lässt sich folgendermassen veranschaulichen: Stellen wir uns eine Stecknadel vor. Der Kopf dieser Stecknadel hat einen Durchmesser von ca. 4 mm ("4mm-Stecknadel"). Angenommen, wir nehmen eine Strecke der Länge 333 m und stecken irgendwo eine 4mm-Stecknadel (mit rotem Kopf) in den Boden. Eine andere Person läuft nun blind dieselbe Strecke ab und steckt seine eigene Nadel an einer zufälligen Stelle in den Boden. Die Wahrscheinlichkeit, auf diese Art zufällig in den roten Stecknadelkopf zu stechen entspricht etwa oben genannter Wahrscheinlichkeit von $1.2 \cdot 10^{-5}$.

Obergrenze der gesuchten Wahrscheinlichkeit im 95%-Vertrauensintervall: Angenommen, wir nehmen eine Strecke der Länge 190 m und stecken irgendwo eine 4mm-Stecknadel (mit rotem Kopf) in den Boden. Eine andere Person läuft nun blind dieselbe Strecke ab und steckt seine eigene Nadel an einer zufälligen Stelle in den Boden. Die Wahrscheinlichkeit, auf diese Art zufällig in den roten Stecknadelkopf zu stechen entspricht etwa oben genannter Wahrscheinlichkeit von $2.1 \cdot 10^{-5}$.

3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal eine Farbe nur noch 5 Plätze oder weniger belegt?

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Dieses Ereignis wurde in der Simulation nie beobachtet. Weil die Simulation die Wahrscheinlichkeiten aber nur schätzen kann, heisst das nicht, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit 0% ist. Aufgrund der Genauigkeit der Simulation können wir aber abschätzen, dass die gesuchte Wahrscheinlichkeit mit 95% Wahrscheinlichkeit kleiner als $\frac{4}{1000000} = 0.000004$ ist. Zum Vergleich: Angenommen, wir nehmen eine Strecke der Länge 1 km und stecken irgendwo eine 4mm-Stecknadel (mit rotem Kopf) in den Boden. Eine andere Person läuft nun blind dieselbe Strecke ab und steckt seine eigene Nadel an einer zufälligen Stelle in den Boden. Die Wahrscheinlichkeit, auf diese Art zufällig in den roten Stecknadelkopf zu stechen entspricht etwa oben genannter Wahrscheinlichkeit von $4 \cdot 10^{-6}$.

4) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal eine Farbe ausscheidet?

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

5) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens 25 der 30 Jahre die Verteilung nahe der Ausgangslage ist, also jede Farbe zwischen 16-24 Sitze hat?

```
## 0.900656 ( 0.900068 , 0.901242 )
```

Etwa 90%.

6) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in allen 30 Jahren die Verteilung nahe der Ausgangslage ist, also jede Farbe zwischen 16-24 Sitze hat?

```
## 0.629799 ( 0.628852 , 0.630746 )
```

Etwa 63%.

5 Farben

1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal eine Farbe nur noch 2 Plätze oder weniger belegt?

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal eine Farbe 20 oder mehr Plätze belegt?

```
## 1e-05 ( 5e-06 , 1.8e-05 )
```

Die geschätzte Wahrscheinlichkeit lässt sich folgendermassen veranschaulichen: Angenommen, wir nehmen eine Strecke der Länge 400 m und stecken irgendwo eine 4mm-Stecknadel (mit rotem Kopf) in den Boden. Eine andere Person läuft nun blind dieselbe Strecke ab und steckt seine eigene Nadel an einer zufälligen Stelle in den Boden. Die Wahrscheinlichkeit, auf diese Art zufällig in den roten Stecknadelkopf zu stechen entspricht etwa oben genannter Wahrscheinlichkeit von $1.0 \cdot 10^{-5}$.

Obergrenze der gesuchten Wahrscheinlichkeit im 95%-Vertrauensintervall: Angenommen, wir nehmen eine Strecke der Länge 222 m und stecken irgendwo eine 4mm-Stecknadel (mit rotem Kopf) in den Boden. Eine andere Person läuft nun blind dieselbe Strecke ab und steckt seine eigene Nadel an einer zufälligen Stelle in den Boden. Die Wahrscheinlichkeit, auf diese Art zufällig in den roten Stecknadelkopf zu stechen entspricht etwa oben genannter Wahrscheinlichkeit von $1.8 \cdot 10^{-5}$.

3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal zwei Farben über mehr als 5 zusammenhängende Jahre zusammen mehr als 20 Plätze belegen?

```
## 0.100819 ( 0.10023 , 0.101411 )
```

Etwa 10%.

4) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Verlaufe der 30 Jahre mindestens einmal eine Farbe ausscheidet?

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

5) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens 15 der 30 Jahre die Verteilung nahe der Ausgangslage ist, also jede Farbe zwischen 6-10 Sitze hat?

```
## 0.924421 ( 0.923901 , 0.924938 )
```

Etwa 92%.

10 Farben

1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens 25 der 30 Jahre alle Farben vertreten sind?

```
## 1 ( 0.999996 , 1 )
```

Wurde in der Simulation immer beobachtet. Wegen der Ungenauigkeit der Simulation muss die gesuchte Wahrscheinlichkeit aber nicht exakt 1 sein. Allerdings ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit mit 95% Wahrscheinlichkeit mindestens 0.999996.

2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Farbe für länger als 5 zusammenhängende Jahre komplett verschwindet.

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine einzige Farbe über mehr als 3 zusammenhängende Jahre alle Sitze besetzt.

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

4) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Hälfte der Farben über mehr als 3 zusammenhängende Jahre alle Sitze besetzen.

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.

20 Farben

1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Hälfte der Farben über mehr als 3 zusammenhängende Jahre alle Sitze besetzen.

```
## 0 ( 0 , 4e-06 )
```

Gleiche Antwort wie bei Frage (3) bei 2 Farben.